ПРОГРАММА-МИНИМУМ
кандидатского экзамена по специальности
01.01.02 «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление»
по физико-математическим наукам

Введение

Настоящая экзаменационная программа соответствует утвержденному паспорту научной специальности «Дифференциальные уравнения». В основу программы положены следующие дисциплины: обыкновенные дифференциальные уравнения и уравнения с частными производными, а также ряд отдельных вопросов функционального анализа и теории функциональных пространств.

Программа разработана экспертным советом Высшей аттестационной комиссии Министерства образования Российской Федерации по математике и механике при участии Математического института им. В.А. Стеклова и Московского энергетического института (технического университета).

1. Обыкновенные дифференциальные уравнения

1. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для системы обыкновенных дифференциальных уравнений.

2. Гладкость решения задачи Коши по начальным данным и параметрам, входящим в правые части системы уравнений. Продолжение решения.

3. Общая теория линейных уравнений и систем (область существования решения, фундаментальная матрица Коши, формула Лиувилля—Остроградского, метод вариации постоянных и др.).

4. Автономные системы уравнений. Положения равновесия. Предельные циклы.

5. Устойчивость по Ляпунову. Теорема Ляпунова об устойчивости положения равновесия по первому приближению.

6. Задачи оптимального управления. Принцип максимума Понтрягина (без доказательства), приложение к задачам быстродействия для линейных систем.

7. Краевая задача для линейного уравнения или системы уравнений. Функция Грина. Представление решения краевой задачи.

8. Задача Штурма—Лиувилля для уравнения второго порядка. Свойства собственных функций.

9. Системы обыкновенных дифференциальных уравнений с комплексными аргументами. Доказательство теоремы существования и единственности аналитического решения методом мажорант.

10. Дифференциальные уравнения с разрывной правой частью. Теорема существования и единственности решения при условиях Каратеодори.

11. Линейные и квазилинейные уравнения с частными производными первого порядка. Характеристики. Задача Коши. Теория Гамильтона—Якоби.

2. Уравнения с частными производными

1. Системы уравнений с частными производными типа Ковалевской. Аналитические решения. Теория Коши—Ковалевской.

2. Классификация линейных уравнений второго порядка на плоскости. Характеристики.

3. Задача Коши и начально-краевые задачи для волнового уравнения и методы их решения. Свойства решений (характеристический конус, конечность скорости распространения волн, характер переднего и заднего фронтов волны и др.)

4. Задачи Дирихле и Неймана для уравнения Пуассона и методы их решения. Свойства решений (принцип максимума, гладкость, теоремы о среднем и др.)

5. Задача Коши и начально-краевые задачи для уравнения теплопроводности и методы их решения. Свойства решений (принцип максимума, бесконечная скорость распространения, функция источника и др.)

6. Обобщенные функции. Свертка обобщенных функций, преобразование Фурье.

7. Пространства Соболева $W_p{}^m$. Теоремы вложения, следы функций из $W_p{}^m$ на границе области.

8. Обобщенные решения краевых задач для эллиптического уравнения второго порядка. Задачи на собственные функции и собственные значения.

9. Псевдодифференциальные операторы (определение, основные свойства).

10. Нелинейные гиперболические уравнения. Основные свойства.

11. Монотонные нелинейные эллиптические уравнения. Основные свойства.

12. Монотонные нелинейные параболические уравнения. Основные свойства.

Основная литература

1. Владимиров В.С., Жаринов В.В. Уравнения математической физики. М.: Физматлит, 2000.
2. Лионс Ж.-Л. Некоторые методы решения нелинейных краевых задач. М.: Мир, 1972.
3. Михайлов В.П. Дифференциальные уравнения в частных производных. М.: Наука, 1983.
4. Пикулин В.П., Похожаев С.И. Практический курс по уравнениям математической физики. М.: Наука, 1995.
5. Понтрягин Л.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М.: Наука, 1998(и последующие издания).
6. Математическая теория оптимальных процессов / Л.С. Понтрягин, В.Г. Болтянский, Р.В. Гамкрелидзе, Е.Ф. Мищенко. М.: Наука, 1963 (и последующие издания).
7. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. М.: ГИТТЛ, 1953 (и последующие издания).
8. Трикоми Ф. Дифференциальные уравнения. М.: Изд-во иностр. лит., 1962.
9. Федорюк М.В. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М.: Наука, 1980.
10. Филиппов А.Ф. Дифференциальные уравнения с разрывной правой частью. М.: Физматлит., 1985.

Дополнительная литература

1. Арнольд В.И. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М.: Наука, 1971.
2. Мартинсон Л.К., Малов Ю.И. Дифференциальные уравнения математической физики. М.: Изд-во МГТУ, 1996.
3. Петровский И.Г. Лекции об уравнениях с частными производными. М.: Наука, 1961.
4. Тихонов А. Н., Васильева А. Б., Свешников А. Г. Дифференциальные уравнения. М.: Наука, 1985.
5. Шубин М.А. Псевдодифференциальные операторы и спектральная теория. М.: Наука, 1978.